## Optimisation du transport de l'électricité- EXOS

## Questions à choix multiple

Pour chaque question, choisir la ou les bonnes réponses.

	1	2	3
A - L'effet Joule est un phénomène :	qui est minimisé en augmentant la tension.	d'échauffement d'un conducteur traversé par un courant.	qui est globalement négligeable.
<b>B</b> - Le transport de l'électricité se fait sous haute tension :	pour être suffisante pour tous les utilisateurs.	pour limiter les pertes par effet Joule.	pour diminuer l'intensité du courant dans les câbles.
C - Dans un graphe orienté, un arc modélise :	une ligne électrique.	un transformateur.	le passage du courant électrique.
D - Dans un réseau électrique, on cherche à :	réduire les coûts.	minimiser l'effet Joule.	alimenter les consommateurs.
E - Dans un graphe orienté, une cible destinatrice modélise :	un centre de production d'électricité.	un transformateur.	un lieu de consommation d'électricité.

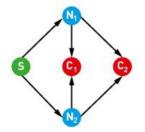
### Questions à choix multiple

- **A- 1** et **2**; la proposition 3 est fausse car on ne peut pas le négliger dans le transport de l'électricité (80 % des pertes, l'équivalent de deux unités de productions nucléaires, rien que pour la France).
- **B- 2** et **3**; la proposition 1 est fausse : pour répondre à la demande de tous les utilisateurs, c'est la puissance électrique produite qui doit être importante, mais cela ne nécessite pas de transporter de l'électricité sous haute tension.
- **C- 1**. La proposition 2 est fausse car un transformateur est modélisé par un nœud. La proposition 3 est fausse car le passage du courant est modélisé par une valeur écrite à côté de l'arc.
- D- 1, 2 et 3.
- **E- 3**. La proposition 1 est fausse car un centre de production est modélisé par une source. La proposition 2 est fausse car un transformateur est modélisé par un nœud.

## Modéliser un réseau électrique

On considère le schéma ci-contre :

- 1. Comment se nomme ce type de représentation ?
- 2. Donner la constitution possible du réseau électrique ainsi modélisé.



#### Modéliser un réseau électrique

- **1.** Ce type de représentation est appelé un graphe orienté.
- **2.** La constitution possible du réseau électrique ainsi modélisé peut être la suivante : une source distributive qui peut être une centrale électrique (S), deux répartiteurs ( $N_1$  et  $N_2$ ) et deux cibles destinatrices ( $C_1$  et  $C_2$ ) qui peuvent être des habitations ou des industries.

## 6 Gestion optimale d'un fournisseur d'électricité

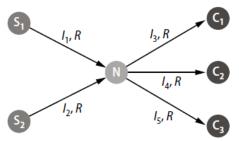
Un fournisseur d'électricité possède un parc photovoltaïque (350 MW) et un barrage hydraulique (200 MW) pour fournir trois villes. Il utilise à cet effet des lignes haute tension (63 000 V) de resistance *R* chacune et un distributeur qui centralise l'ensemble de l'électricité produite avant de la ventiler selon la demande.

- 1. Modéliser le réseau électrique décrit par un graphe orienté.
- 2. Si la demande d'électricité est telle qu'il faille produire 400 MW, expliquer comment doit se répartir la production, en justifiant, et donner l'intensité du courant produit.
- 3. Écrire l'expression de la fonction à minimiser et dire ce qu'elle représente.

# B Gestion optimale d'un fournisseur d'électricité

**1.** Un fournisseur d'électricité possède un parc photovoltaïque (350 W) et un barrage hydraulique (200 MW) pour fournir trois villes. Il utilise à cet effet des lignes HT (63 000 V) et un distributeur qui centralise l'ensemble de l'électricité produite avant de la ventiler selon la demande.

Modélisation d'un réseau électrique décrit par un graphe orienté :



- **2.** Si la demande d'électricité est telle qu'il faille produire 400 MW et que chaque ligne a la même résistance, si on veut minimiser autant que possible les pertes par effet Joule, il faut répartir cette production sur les deux lignes modélisées par les arcs  $S_1N$  et  $S_2N$  et donc sur les deux sources distributives :
- 200 MW pour le parc photovoltaïque ;
- 200 MW pour le barrage hydraulique.

Comme  $U = 63\,000\,\text{V}$ , l'intensité à produire est de  $P = 400 \times 10^6$ 

$$I = \frac{P}{U} = \frac{400 \times 10^6}{63\,000} = 6,35 \text{ kA}.$$

**3.** La fonction à minimiser représente la puissance perdue par effet Joule dans le réseau étu-

dié. Elle a pour expression : 
$$P_J = \sum_{k=1}^5 R \cdot I_k^2 = R \cdot \sum_{k=1}^5 I_k^2$$
 .

## Estimation des pertes dans une ligne haute tension

Pour une ligne « classique » de section 500 mm², la résistance d'un câble aérien est de l'ordre de  $6.0 \times 10^{-2} \ \Omega \cdot \text{km}^{-1}$ .

1. Calculer la puissance dissipée par effet Joule si un câble de 100 km est traversé par un courant électrique de 50 A.

2. Pour un courant de même intensité, à partir de combien de kilomètres de fil la puissance dissipée par effet

Joule atteint-elle 25 kW (ordre de grandeur de la puissance d'une chaudière) ?

Coup de pouce

On peut utiliser la résistance du fil pour en déduire sa longueur.

# 10 Estimation des pertes dans une ligne haute tension

**1.** Si le câble fait 100 km, sa résistance est égale à :  $R = 6.0 \times 10^{-2} \times 100 = 6.0 \Omega$ .

S'il est traversé par un courant électrique I = 50 A, la puissance dissipée par effet Joule est égale à :  $P_1 = R \cdot I^2$ .

Donc  $P_J = 6.0 \times 50^2 = 15\,000 \text{ W} = 15 \text{ kW}.$ 

**2.** Si  $P_1 = 25 \text{ kW} = 25 000 \text{ W}$ ,

$$R = \frac{P_{\rm J}}{I^2} = \frac{25\ 000}{50^2} = 10\ \Omega.$$

Ce qui revient à une longueur de fil égale à :

$$\frac{10}{6,0\times10^{-2}} = 170 \text{ km}.$$

## 11 Alimentation d'un chalet isolé

Un chalet isolé doit être alimenté par une tension de 230 V afin que ses occupants puissent profiter d'un certain confort et donc pouvoir utiliser des appareils électriques. À cet effet, une ligne électrique relie le chalet à un alternateur qui se trouve à 10 km de celui-ci. Quand tous les appareils électriques sont branchés, la puissance consommée est de 10 kW.

Données :

- section et résistivité des câbles de la ligne : S = 25 mm² et  $\rho$  = 1,7  $\times$  10<sup>-8</sup> W  $\cdot$  m ;
- résistance d'un conducteur :  $R = \rho \cdot L/S$ , où L est la longueur du conducteur.

#### Questions préliminaires

- 1. Modéliser la situation par un schéma électrique.
- 2. Quelle est l'intensité qui traverse la ligne quand tous les appareils sont branchés ?
- 3. Quelle est la puissance dissipée par effet Joule dans la ligne ?

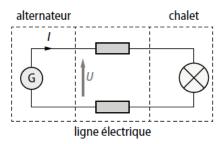
#### Problème à résoudre

Quelle valeur doit avoir la tension au départ de la ligne ?

#### Alimentation d'un chalet isolé

#### Questions préliminaires

**1.** Modélisation de la situation par un schéma électrique :



**2.** Quand tous les appareils électriques sont branchés, la puissance consommée est de 10 kW.

Or 
$$P = U \cdot I$$
 donc  $I = \frac{P}{II} = \frac{10\ 000}{230} = 43\ A$ .

Puissance dissipée par effet Joule dans la ligne :

$$P_1 = R \cdot I^2$$
;

$$S = 15 \text{ cm}^2 = 15 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$R = \rho \cdot \frac{L}{S} = \frac{1,7 \times 10^{-8} \times 10 \times 10^{3}}{20 \times 10^{-4}} = 0,113 \Omega.$$

Donc 
$$P_1 = R \cdot I^2 = 0.113 \times 43^2 = 210 \text{ W}.$$

#### Problème à résoudre

La puissance au départ de la ligne doit donc être égale à  $P = 10\,000 + 210 = 10\,210\,W$ .

D'où la valeur que doit avoir la tension au départ de la ligne :

$$U = \frac{P}{I} = \frac{10 \ 210}{43} = 240 \ V.$$

## 12 Rendement énergétique

Le transport de l'énergie électrique nécessite l'utilisation de câbles possédant une résistance électrique. En raison de l'effet Joule, une certaine quantité d'énergie est dégradée. La tension est élevée, avant son transport, grâce à un transformateur.

Donnée : on définit un rendement de puissance par le rapport  $r = P_{utile}/P_{fournie}$ .



- 1. Sous quelle forme est convertie l'énergie électrique dégradée par effet Joule ?
- 2. Rappeler l'expression de la puissance dissipée par effet Joule en fonction de l'intensité du courant électrique qui circule dans les câbles.
- 3. La résistance électrique d'un câble de haute tension de 100 km est de 5,0  $\Omega$ . La tension électrique transportée est de 400 kV et le courant électrique a pour intensité 50 A.
- a. Calculer la puissance électrique délivrée par le transformateur.
- b. Calculer la puissance dissipée par effet Joule.
- c. Quelle puissance électrique est récupérée en bout de ligne ?
- d. En déduire le rendement du transport sur 100 km.

## 12 Rendement énergétique

- **1.** L'énergie électrique dégradée par effet Joule est convertie en énergie thermique.
- **2.** Expression de la puissance dissipée par effet Joule en fonction de l'intensité du courant électrique qui circule dans les câbles :  $P_1 = R \cdot I^2$ .
- **3. a.** Puissance électrique délivrée par le transformateur :

 $P_{\text{transformateur}} = U \cdot I = 400 \times 10^3 \times 50 = 20 \text{ MW}.$ 

b. Puissance dissipée par effet Joule :

$$P_1 = R \cdot I^2 = 200 \times 50^2 = 0,50 \text{ MW}.$$

c. Puissance électrique récupérée en bout de ligne :

$$P_{\text{bout}} = P_{\text{transformateur}} - P_{\text{J}} = 20 - 0,500 = 19,50 \text{ MW}.$$

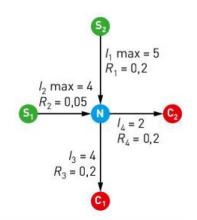
**d.** 
$$r = \frac{P_{\text{utile}}}{P_{\text{fournie}}} = \frac{19,50}{20} = 9.75 \%.$$

$$r = 97,5\%$$

## 16 Optimisation d'un réseau

On considère le graphe orienté ci-contre qui modélise un réseau électrique.

- 1. Déterminer l'intervalle des contraintes pour l<sub>1</sub>.
- 2. a. Exprimer la fonction F à minimiser.
- b. Écrire cette fonction comme un polynôme du second degré en l<sub>1</sub>.
- 3. a. Montrer que cette fonction présente un minimum pour une valeur théorique  $I_{1\text{th}}$  que l'on déterminera.
- b. Cette valeur I<sub>1th</sub> peut-elle être retenue ?
- $\mathbf{c}$ . Quelle valeur de  $I_1$  faudra-t-il retenir pour minimiser la fonction F?
- **4.** Représenter sur un graphique l'allure de F en fonction de  $I_1$  et y repérer, sans souci d'échelle, la position de  $I_{1th}$  ainsi que l'intervalle des contraintes pour  $I_1$ .



### 16 Optimisation d'un réseau

**1.** Contraintes à prendre en compte pour le réseau étudié :

$$I_1 \leq I_{1\text{max}} \text{ donc } I_1 \leq 5 \text{ A}$$
;  $I_2 \leq I_{2\text{max}} \text{ donc } I_2 \leq 4 \text{ A}$ .

Loi des nœuds :  $I_1 + I_2 = I_3 + I_4 = 6$  A.

On en déduit que  $I_2 = 6 - I_1$  donc  $6 - I_1 \le 4$  donc  $2 \le I_1$ .

Donc: 2 A  $\leq I_1 \leq 5$  A.

**2. a.** Puissance dissipée par effet Joule dans le réseau :

$$F = P_1 = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 + R_4 \cdot I_4^2.$$

**b.** 
$$R_3 \cdot I_3^2 + R_4 \cdot I_4^2 = 0.2 \times 42 + 0.2 \times 22 = 4.$$

Donc 
$$F = P_1 = 0.2 \times I_1^2 + 0.05 \times (6 - I_1)^2 + 4$$
.

ou encore :

$$F = P_J = 0.2 \times I_1^2 + 0.05 \times (36 + I_1^2 - 12 \times I_1) + 4.$$

Donc 
$$F = P_1 = 0.25 \times I_1^2 - 0.6 \times I_1 + 5.8$$
.

**3. a.** Dérivée de  $P_1$  par rapport à  $I_1$ :

$$\frac{dP_{J}}{dI_{1}} = 0.5 \times I_{1} - 0.6.$$

$$\frac{dP_{J}}{dI_{1}} = 0 \text{ pour } 0.5 \times I_{1} - 0.6 = 0$$

donc pour  $I_{1\text{th\'eorique}} = 1.2 \text{ A}.$ 

Donc  $P_{\rm J}$  admet un minimum pour une valeur  $I_{\rm 1th\acute{e}orique}$  = 1,2 A.

- **b.** Ce minimum n'est pas une valeur possible de  $I_1$  pour le réseau considéré pour lequel il faut :  $2 \text{ A} \leq I_1 \leq 5 \text{ A}$ .
- **c.** Comme la fonction F est croissante sur l'intervalle [2 ; 5] (F(2) < F(5)), la fonction est minimale pour  $I_1$  = 2 A.

4.

12

10

8

6

Intervalle des contraintes

2